

Dodecaedro rombico

Alicia Pedreira Mengotti.
IES Monelos A Coruña

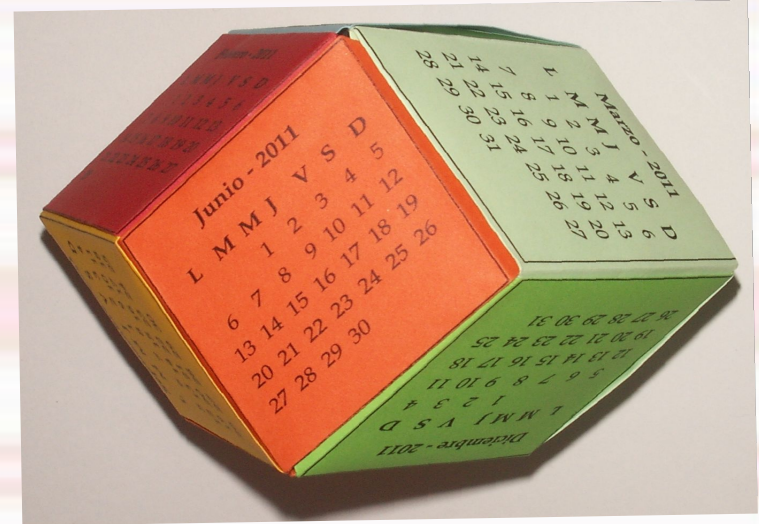
Dedicado a mis alumnos

de

4º de diversificación

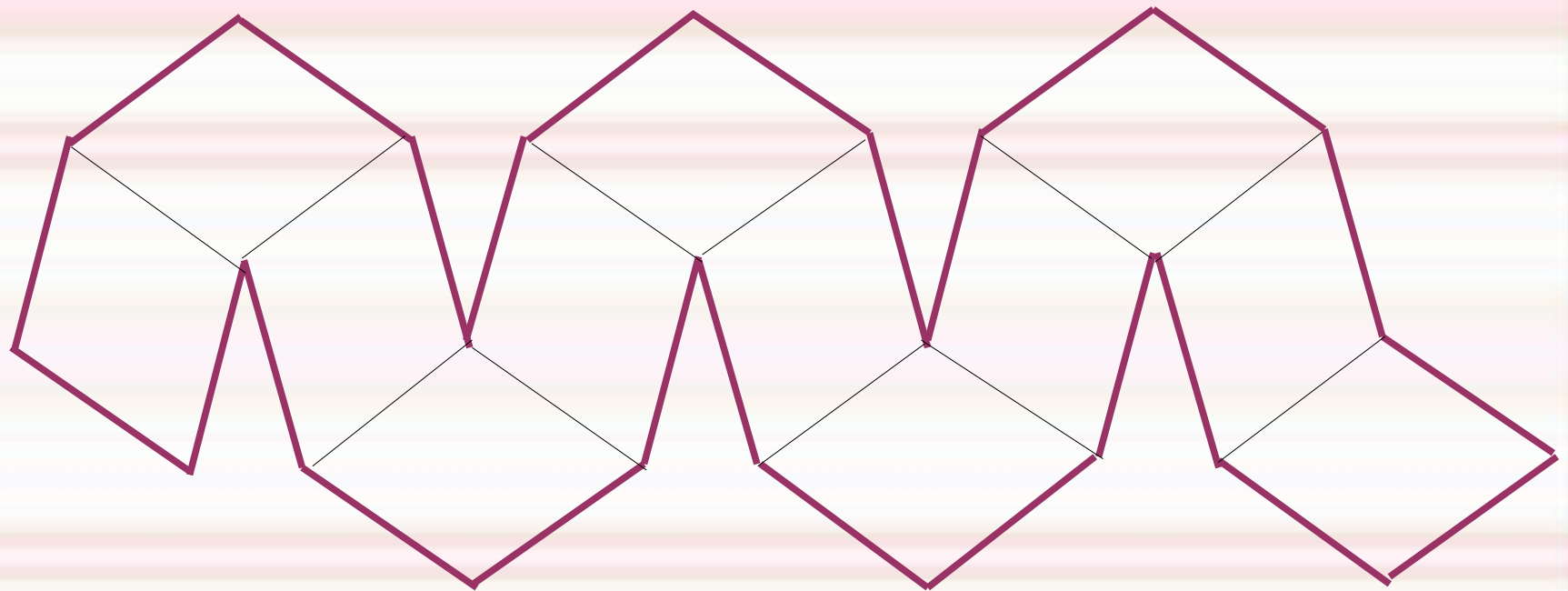
Gabriel, Patricia, Dani, Cristian, Sara,
Sandra, Xurxo, Sara, Isabel, y Carlota

El dodecaedro rómbico es un poliedro convexo con 12 caras uniformes que son rombos (la diagonal mayor del rombo que forma sus caras es $\sqrt{2}$ veces la longitud de la diagonal menor), y 14 vértices que no son uniformes.

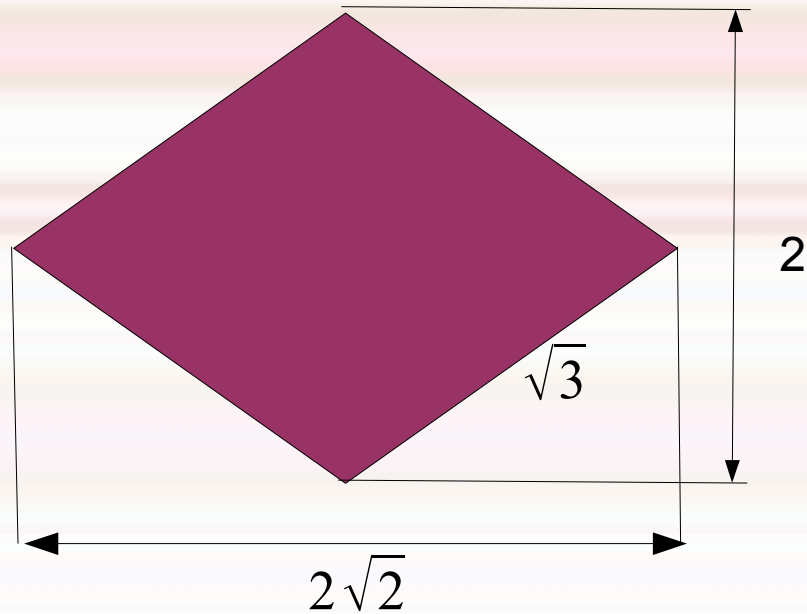


Pertenece al grupo de los llamados sólidos de Catalan que son una familia de poliedros que se generan con el dual de los sólidos de Arquímedes, y fueron nombrados así por el matemático belga Eugène Charles Catalan que los estudió en 1865.

Desarrollo plano del dodecaedro rómbico



El dodecaedro rómbico tiene 12 caras que son rombos con las proporciones indicadas en la figura:

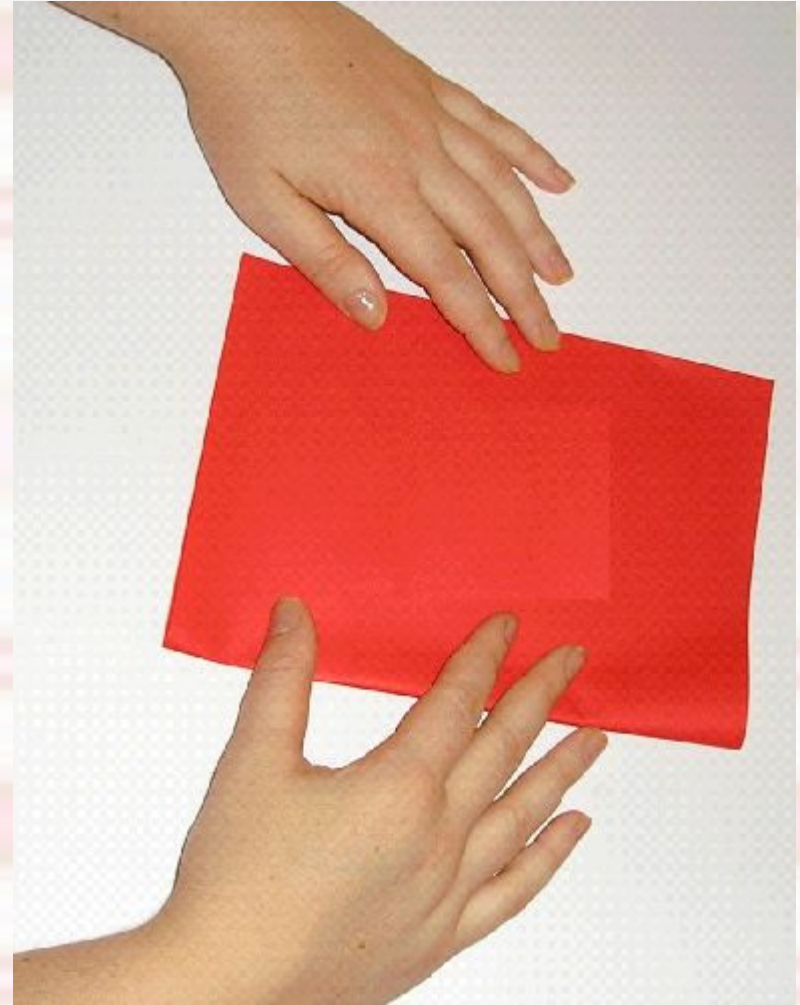


Construiremos el dodecaedro utilizando la técnica de plegado de papel, para ello necesitamos 6 hojas de tamaño DIN A4, en cada una de las cuales están impresos dos meses del próximo año 2011

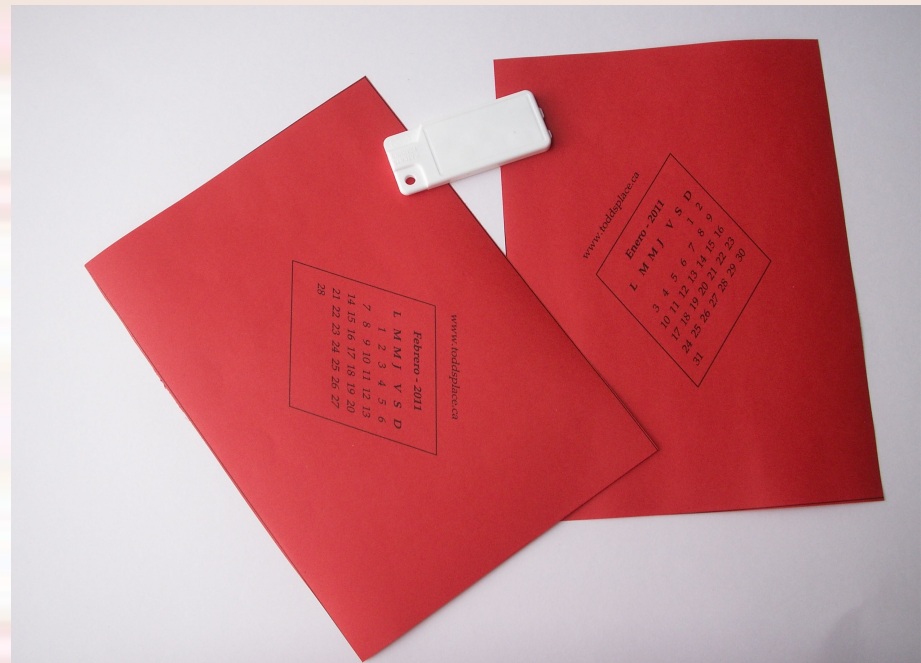
Las fases de plegado

1º FASE:

Plegar cada uno de los 6 folios impresos a la mitad y cortar a lo largo de la mediana



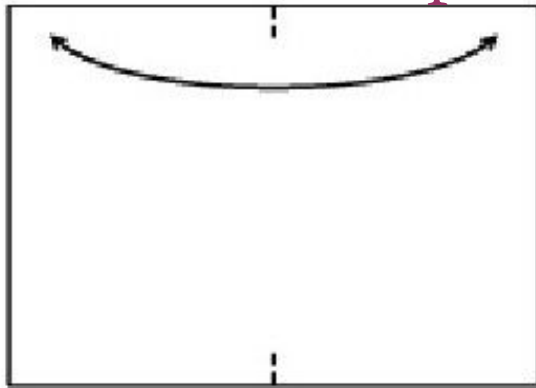
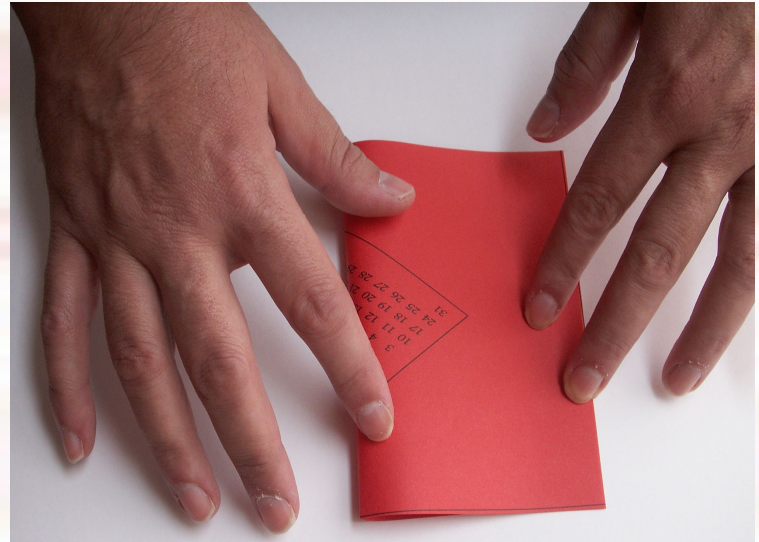
Se obtienen así 12 rectángulos para 12 módulos del dodecaedro; con un mes impreso en cada uno.



Las fases de plegado

2º FASE:

Marcar, plegando, los extremos de la mediana del lado mayor (mediana menor) dejando hacia afuera el mes impreso

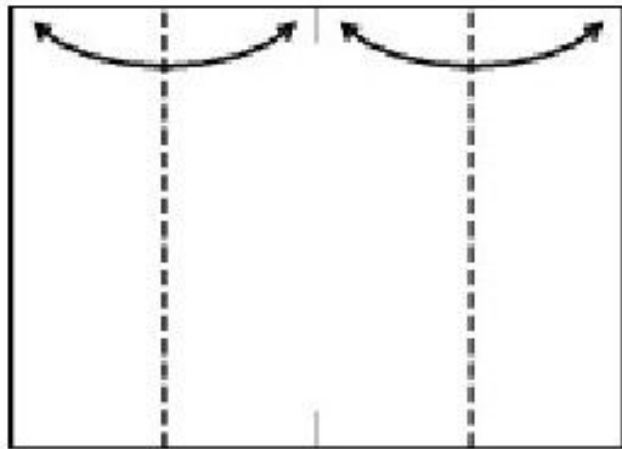
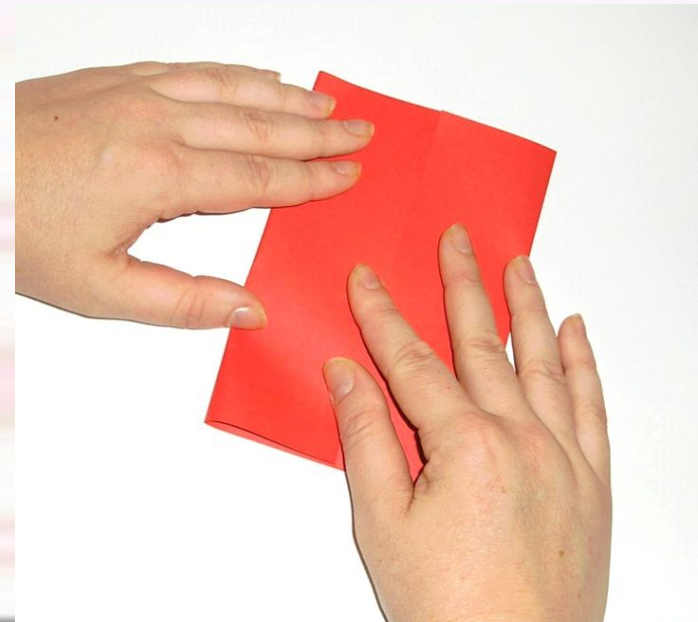
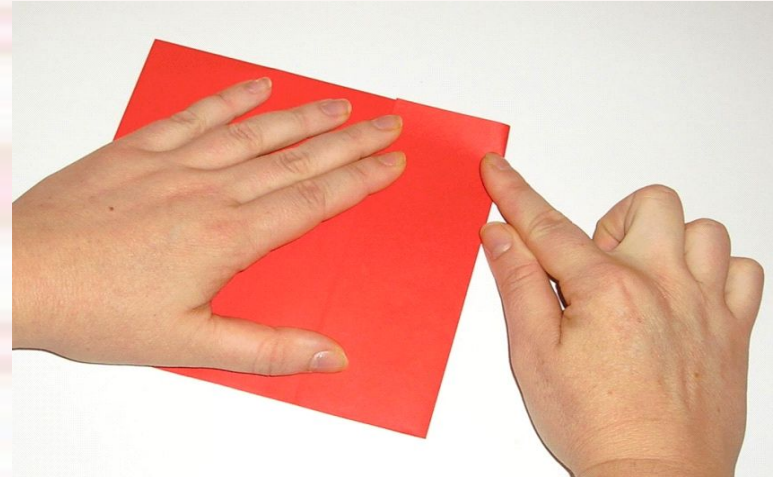


Las fases de plegado

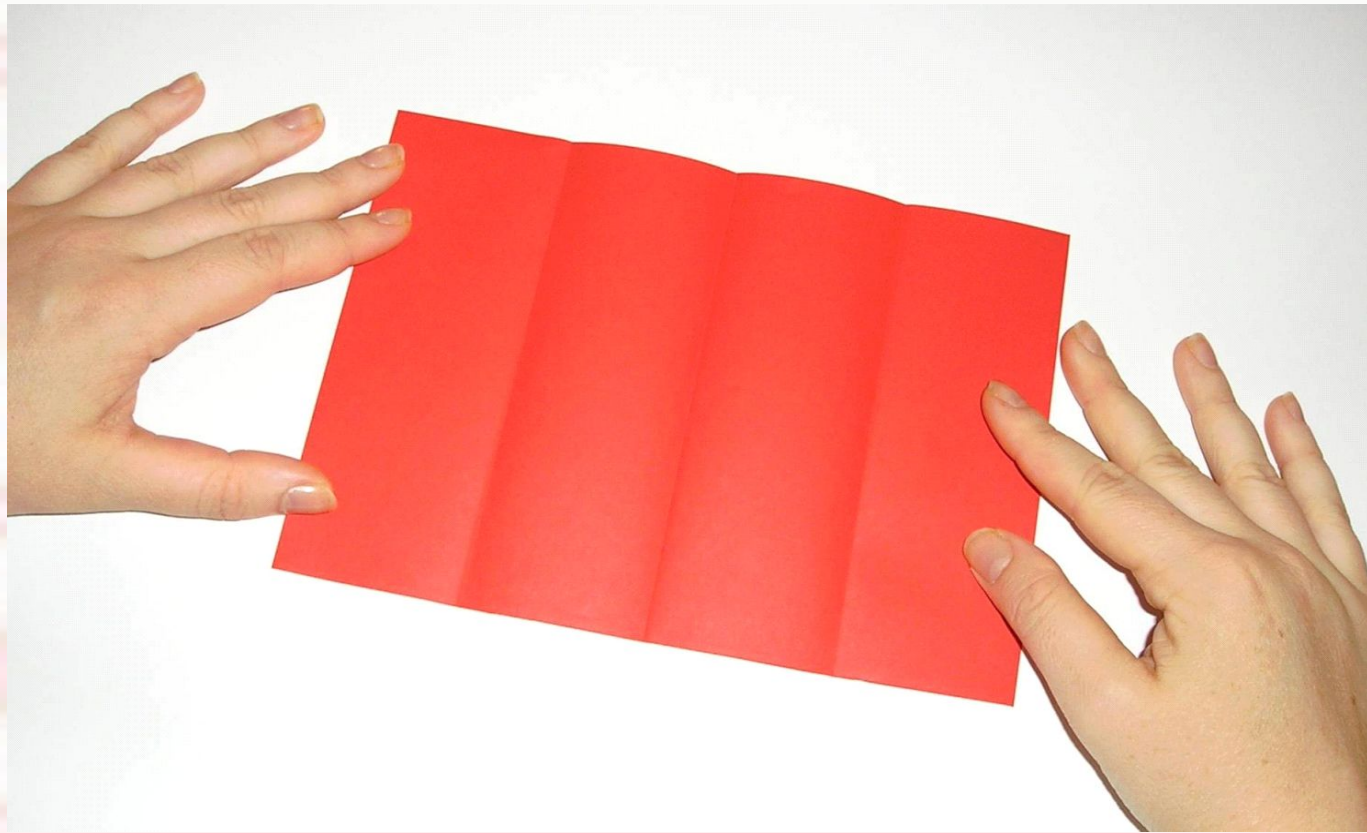
3º FASE:

Abrir.

Plegar los dos lados menores sobre la mediana señalada y abrir.



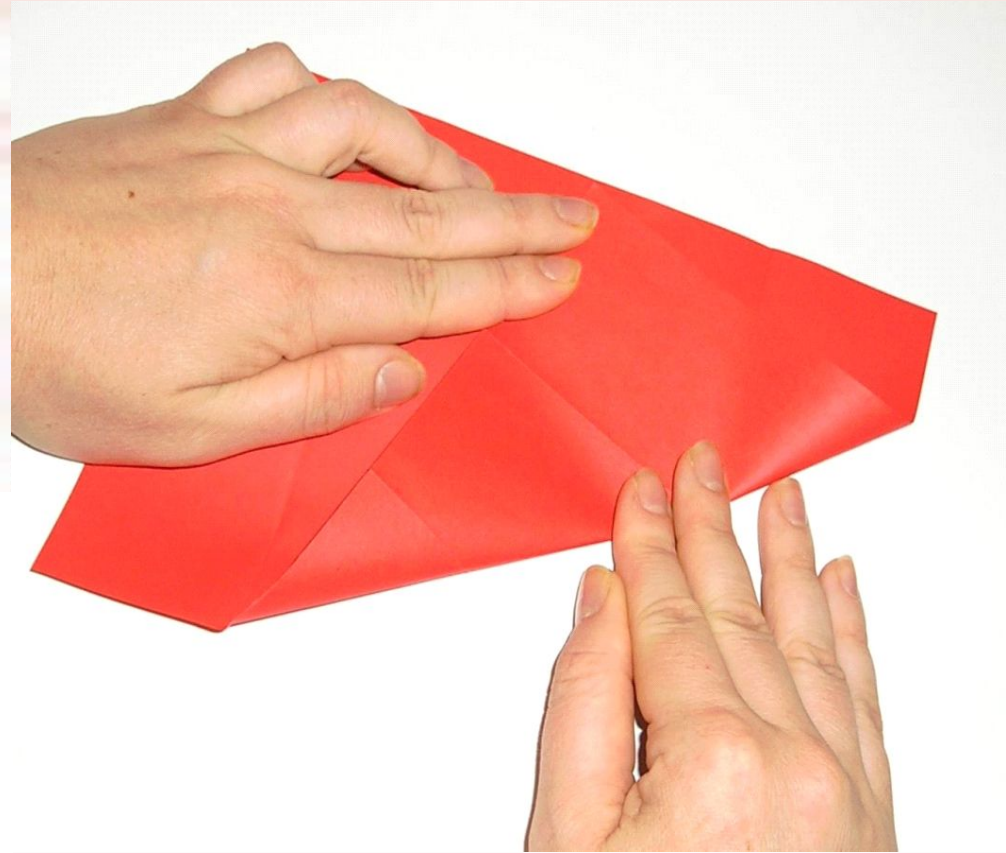
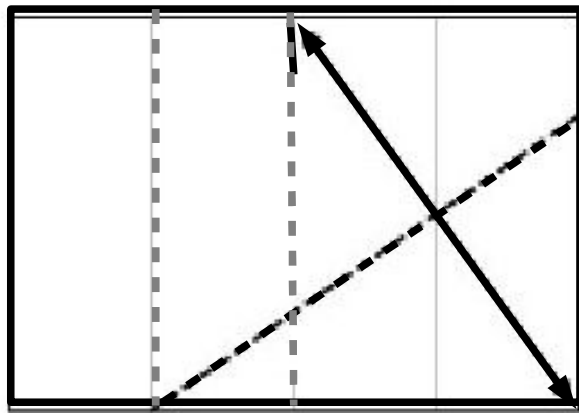
El rectángulo está dividido verticalmente en 4 partes iguales con 3 **pliegues en valle**



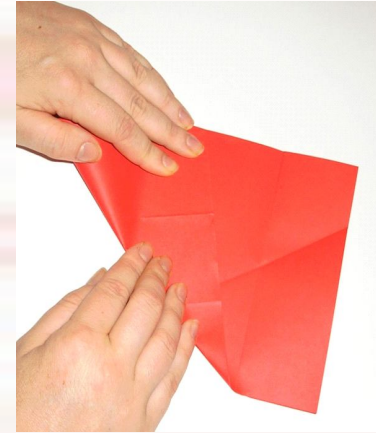
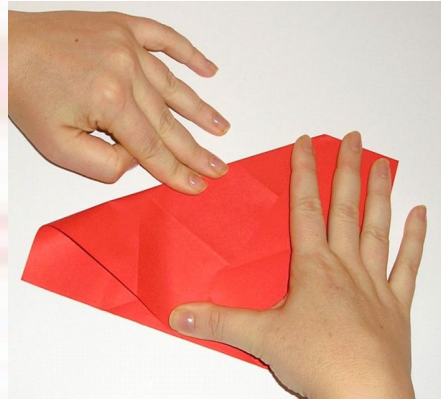
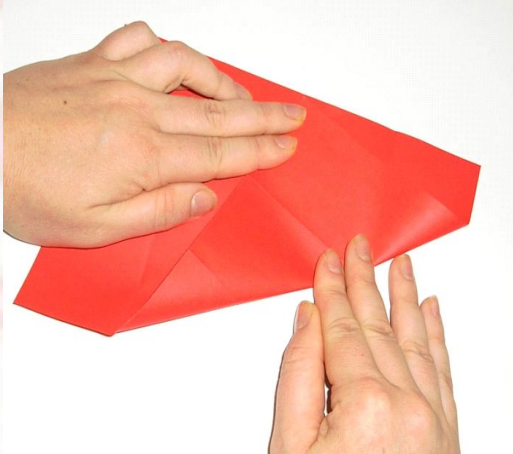
Las fases de plegado

4º FASE:

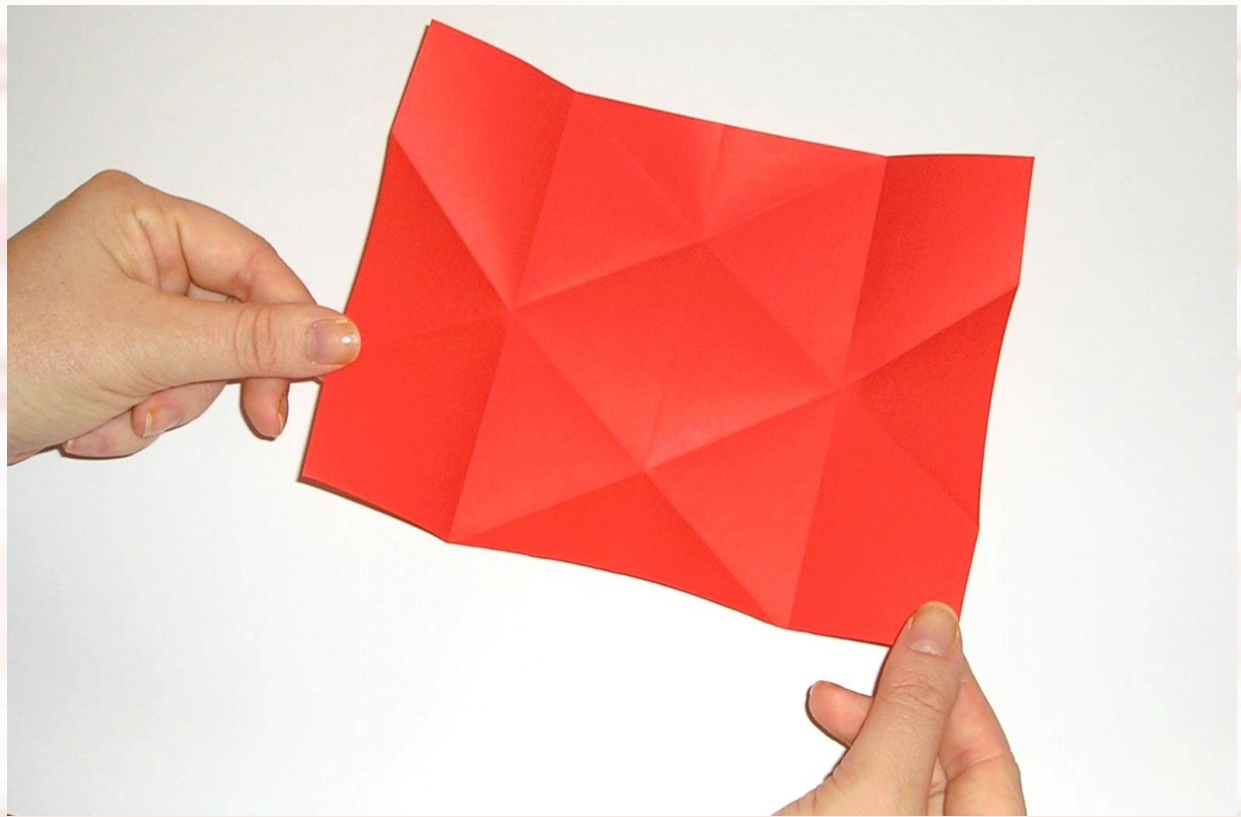
Llevar cada vertice del retángulo sobre el pie de la mediana situado sobre el lado opuesto al mismo vértice . Plegar y abrir.



Las fases de plegado



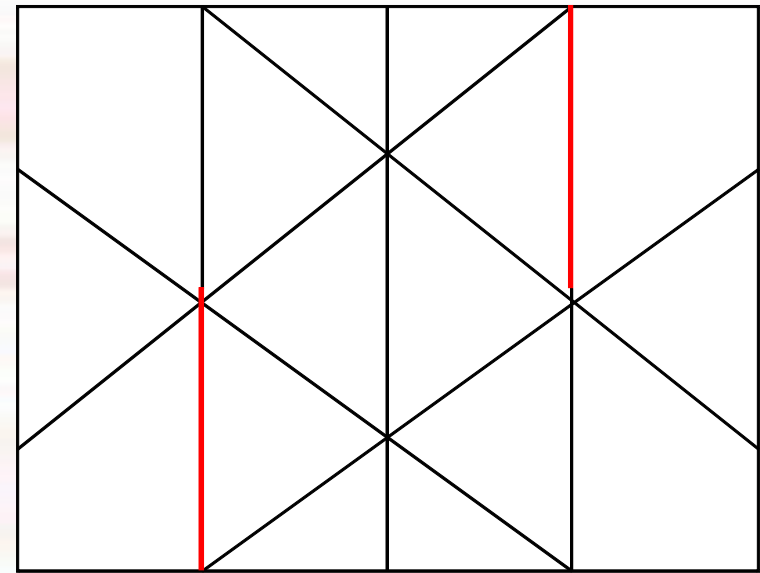
Procediendo de este modo en los 4 vertices, el folio viene repartido en varios sectores y en el centro se puede observar...



...el contorno de la cara rombica del dodecaedro

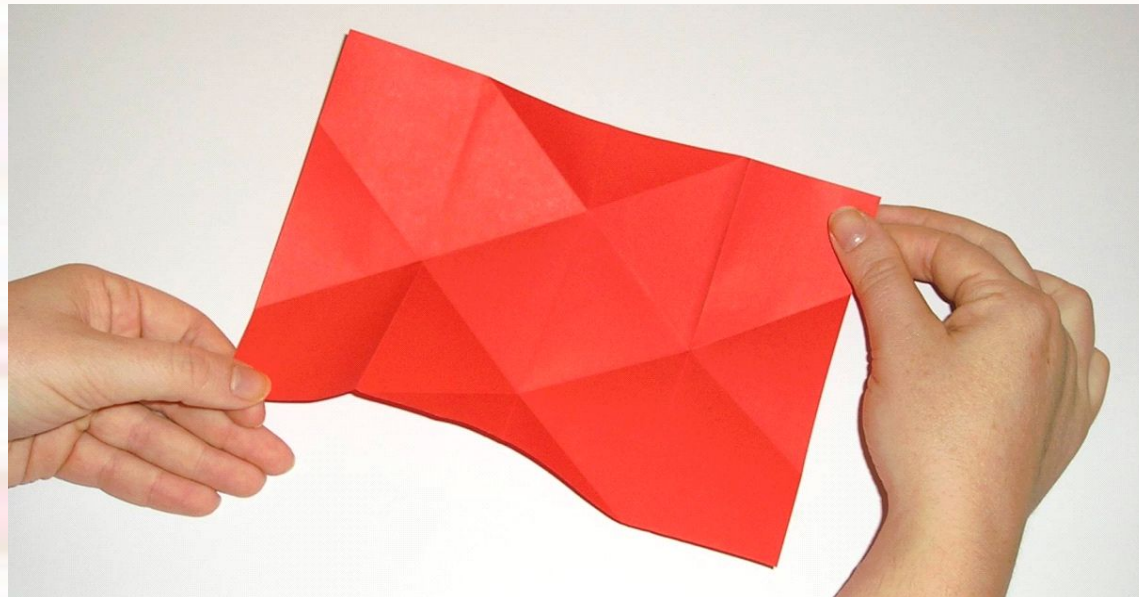
5º FASE:

Todos los pliegues hechos hasta ahora son pliegues en valle. Ahora es necesario “cambiar” alguno y hacerlo **pliegue en monte**.



En particular es necesario plegar hacia fuera la mitad superior derecha y la mitad inferior izquierda de los dos pliegues paralelos a la mediana, como en el dibujo.

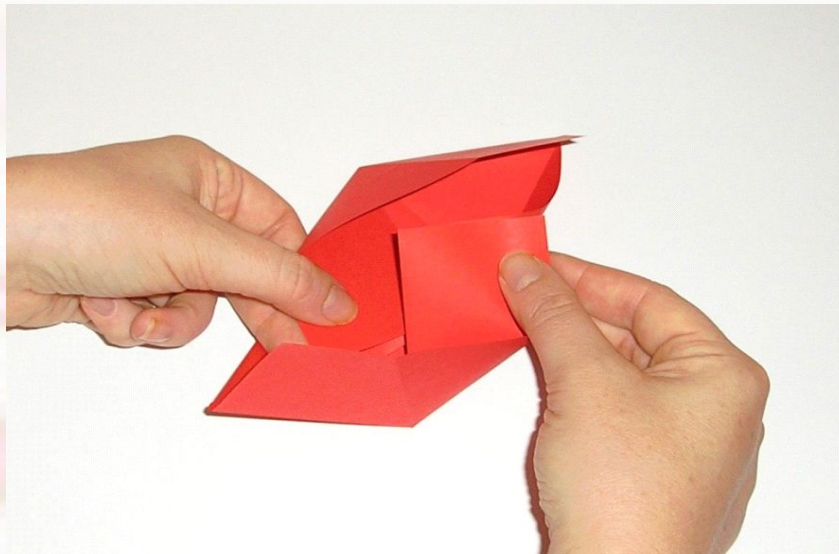
Es importante cambiar los “medios pliegues” en la posición indicada (**mitad superior derecha en monte, mitad inferior izquierda en monte**) de lo contrario el módulo resultará plegado de manera incorrecta y no encajará con los otros en la fase de montaje



Las fases de plegado

6º FASE:

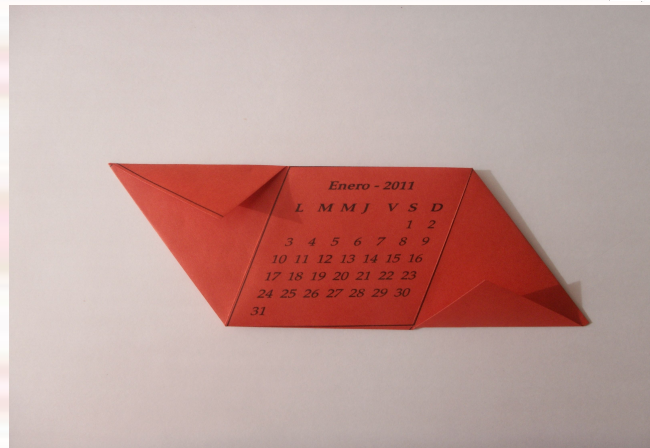
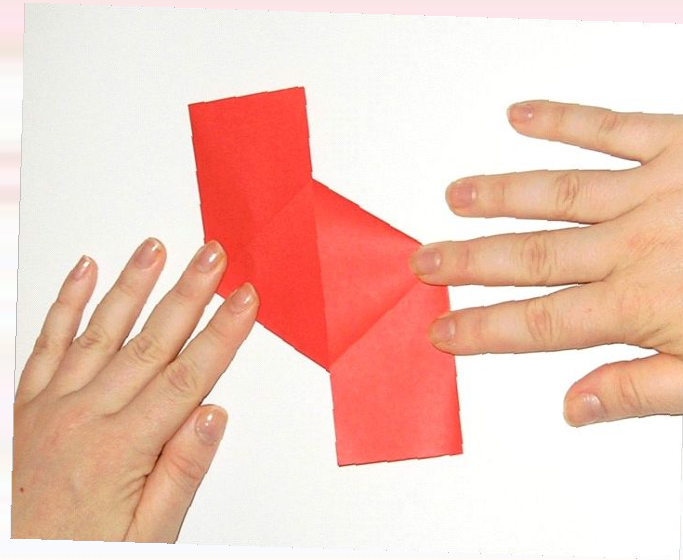
... Basta coger el modulo por los vertices superior derecho e inferior izquierdo y aplastar uno contra el otro para cerrar la pieza sobre si misma.



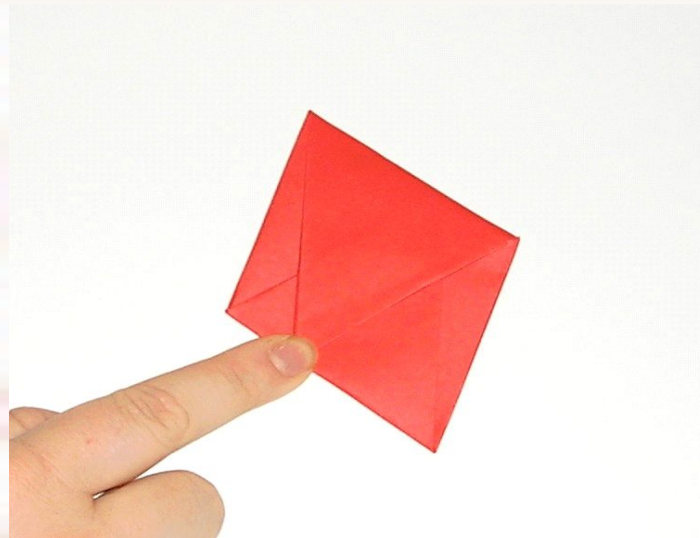
Las fases de plegado

7º FASE

Una vez cerrado el modulo, darle la vuelta y plegar hacia delante los dos triangulitos que sobresalen



...doblar hacia atras las dos aletas, del lado opuesto respecto al dibujo del mes



Las fases de plegado

El modulo esta terminado



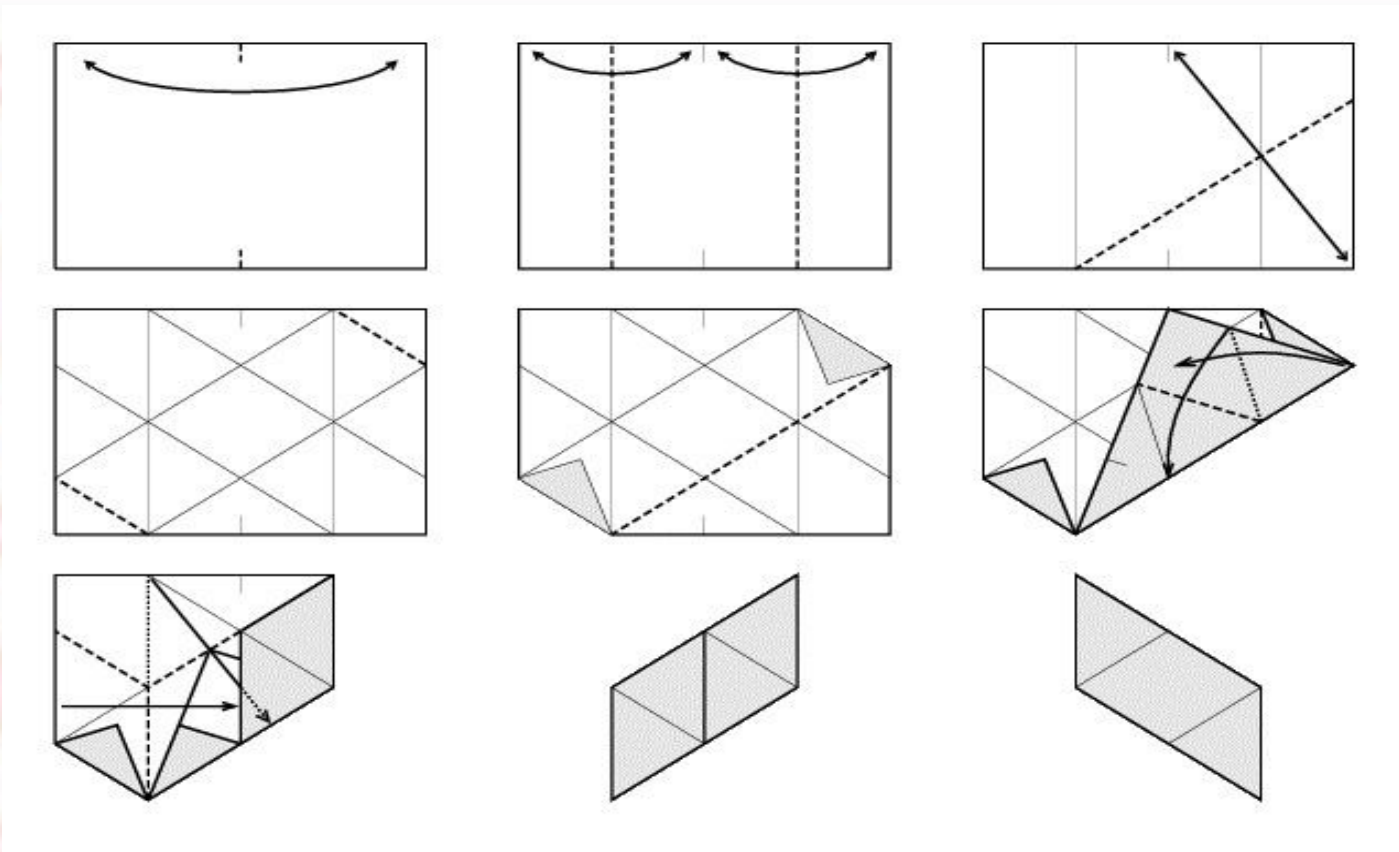
Las fases de plegado



Ahora son necesarios otras 11 piezas iguales a esta

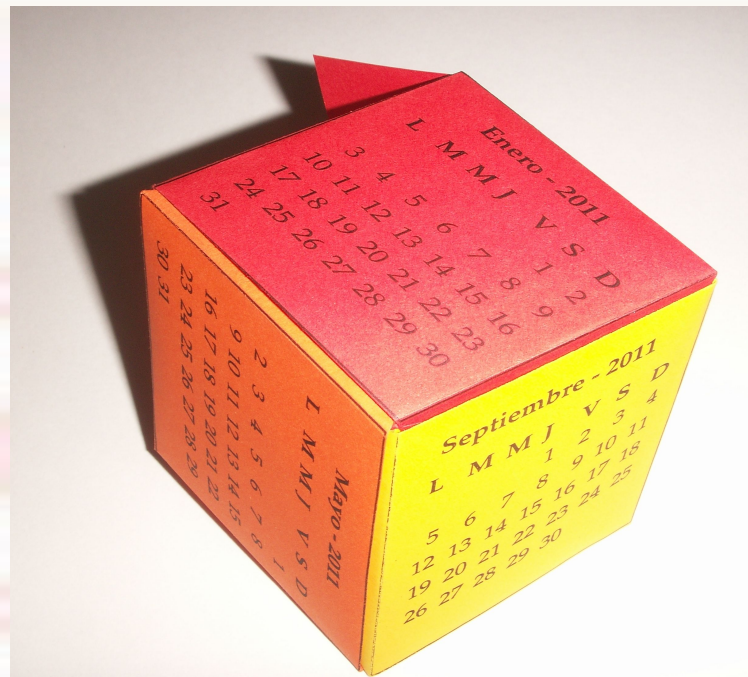
Las fases de plegado

Resumen de los pasos

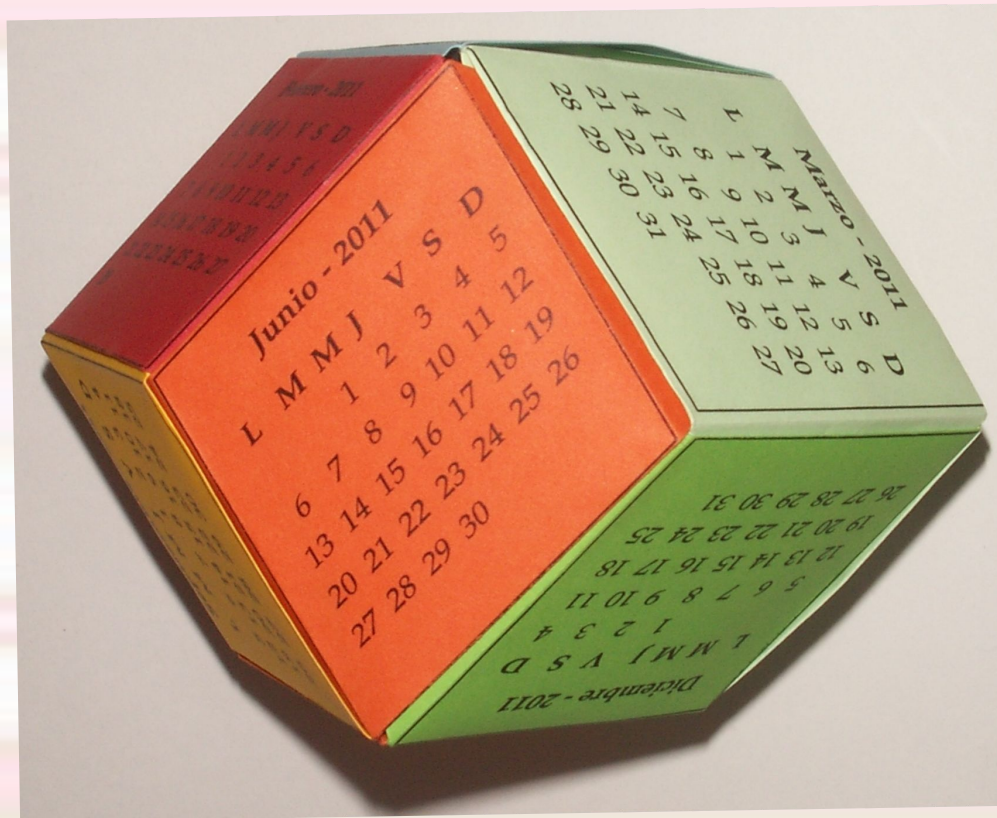


Fase de Montaje

Se encajan los tres primeros módulos (insertando una aleta de cada pieza en el bolsillo de las otras) y se procede añadiendo las otras 9 piezas, procurando hacer las oportunas combinaciones de colores.



Dodecaedro



Actividad 1

Cuenta el número de caras, vértices y aristas y escríbelos en una tabla.

¿Encuentras alguna relación entre C , V y A ?

Intenta comprobarlo con otros poliedros.

¿Cuántas caras concurren en cada vértice?

¿Es un poliedro regular? ¿por qué?

¿Que es un poliedro regular?

¿Cuántos poliedros regulares hay?

¿Tiene caras uniformes? , y ¿vértices?

Un poliedro es regular si todas sus caras son regulares e iguales y todos sus vértices son del mismo orden.

En todos los poliedros convexos se verifica siempre que el número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas más dos:

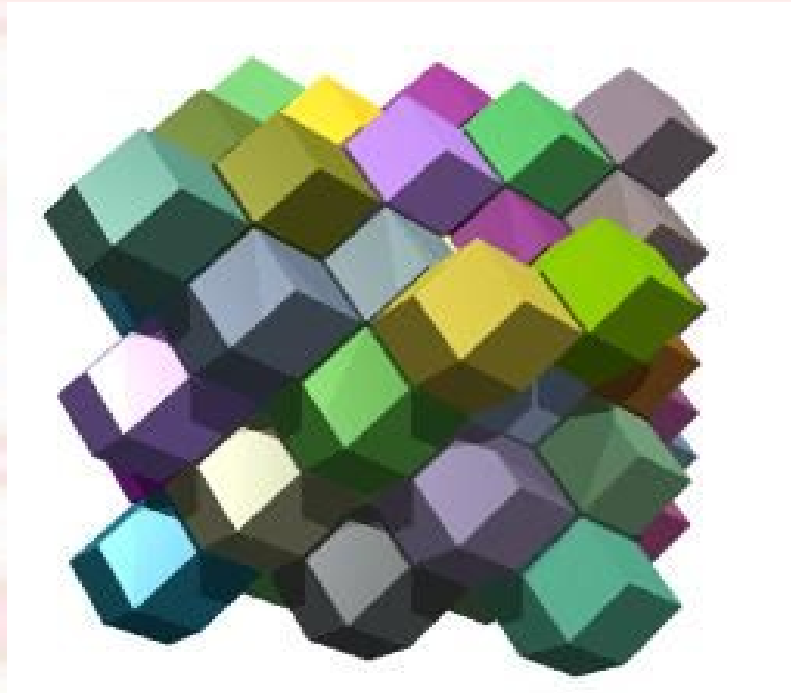
$$C + V = A + 2$$

*Esta es la **fórmula de Euler***

Actividad 2

Ahora vamos a juntar los dodecaedros rómbicos de toda la clase y comprobareis que no quedan huecos entre ellos, es decir, tienen la característica de llenar completamente el espacio cuando se reúnen varios de ellos.

.

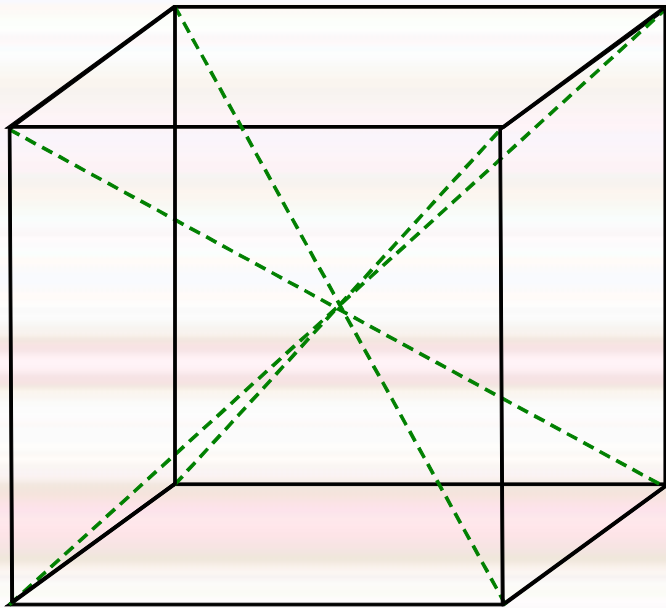
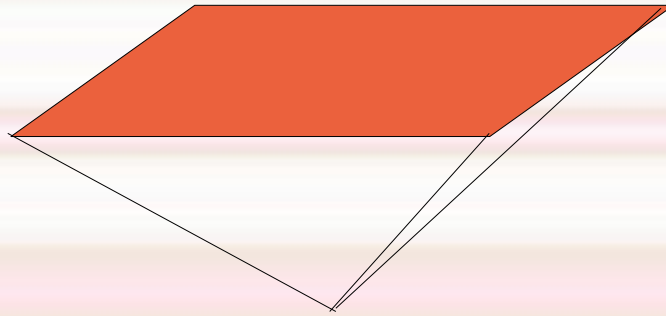


Actividad 3

¿Que poliedro obtenemos si cortamos la figura uniendo 4 vértices consecutivos donde concurren 3 lados?.

¿Y si cortamos la figura uniendo 3 vértices consecutivos en donde concurren 4 lados?.





Observa atentamente la figura.

Las cuatro diagonales del cubo permiten descomponerlo en pirámides regulares de base cuadrada.

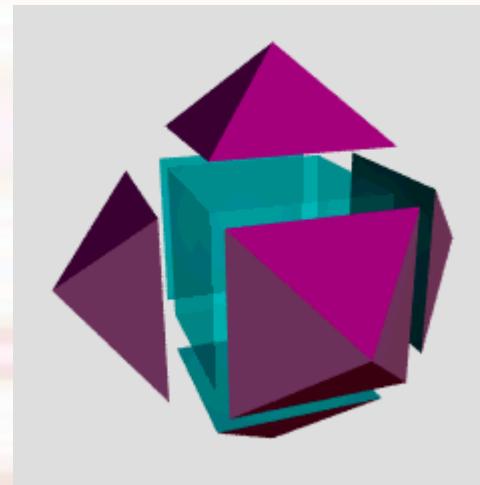
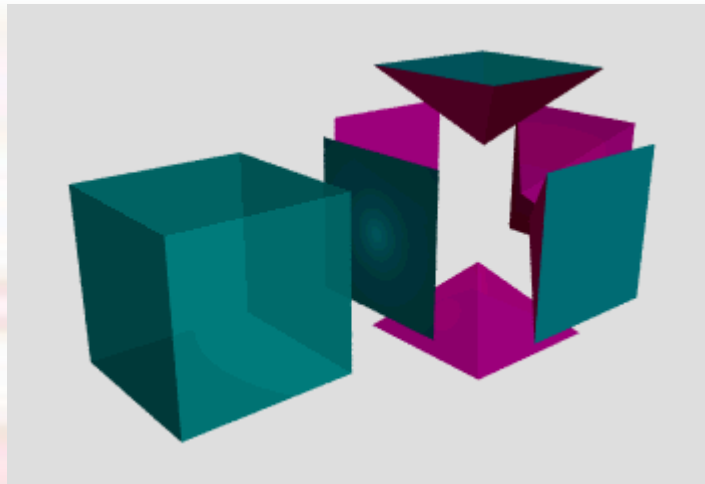
Relaciona el volumen de cada una de ellas con el volumen del cubo.

Actividad 4

Si en un cubo le añadimos, a cada una de sus caras, la pirámide que tiene por base dicha cara y por vértice el centro del cubo, se obtiene también el dodecaedro rómbico

Observa que la arista del cubo coincide con la diagonal menor de la cara del rombo.

¿Cual será el volumen del dodecaedro rómbico en función de la diagonal menor?

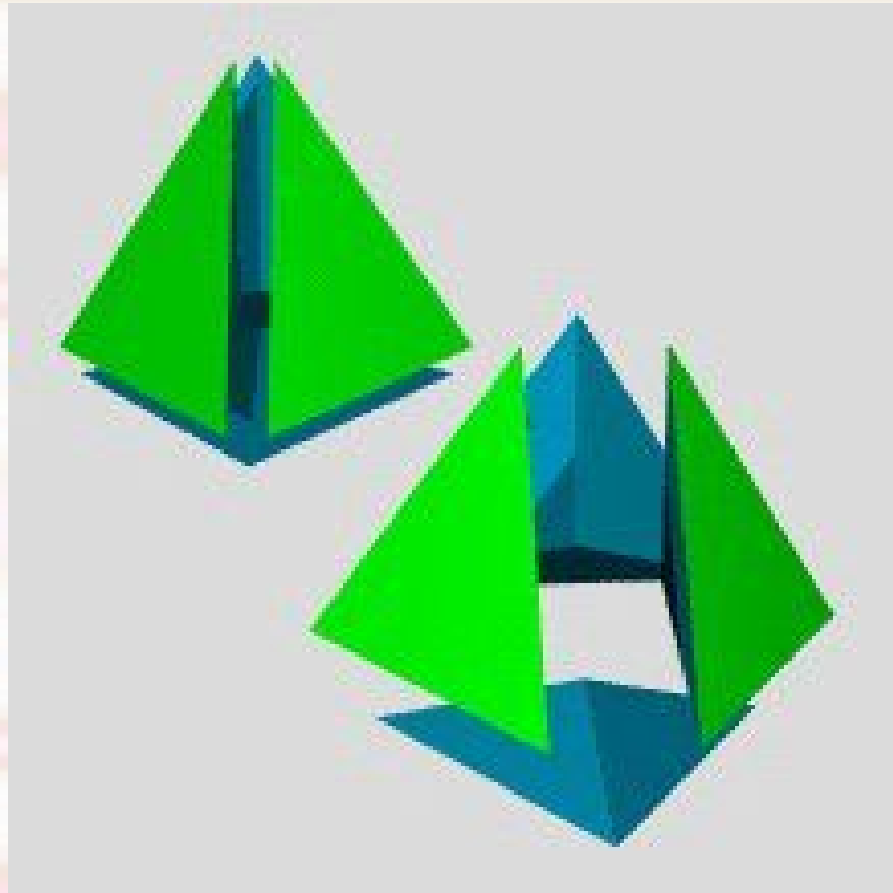




Si construimos esta figura con papel y «le damos la vuelta al sólido hacia fuera», obtenemos un nuevo sólido - el dodecaedro rombico. ¿Cual es su volumen comparado con el del cubo?



4 pirámides iguales = 1 tetraedro

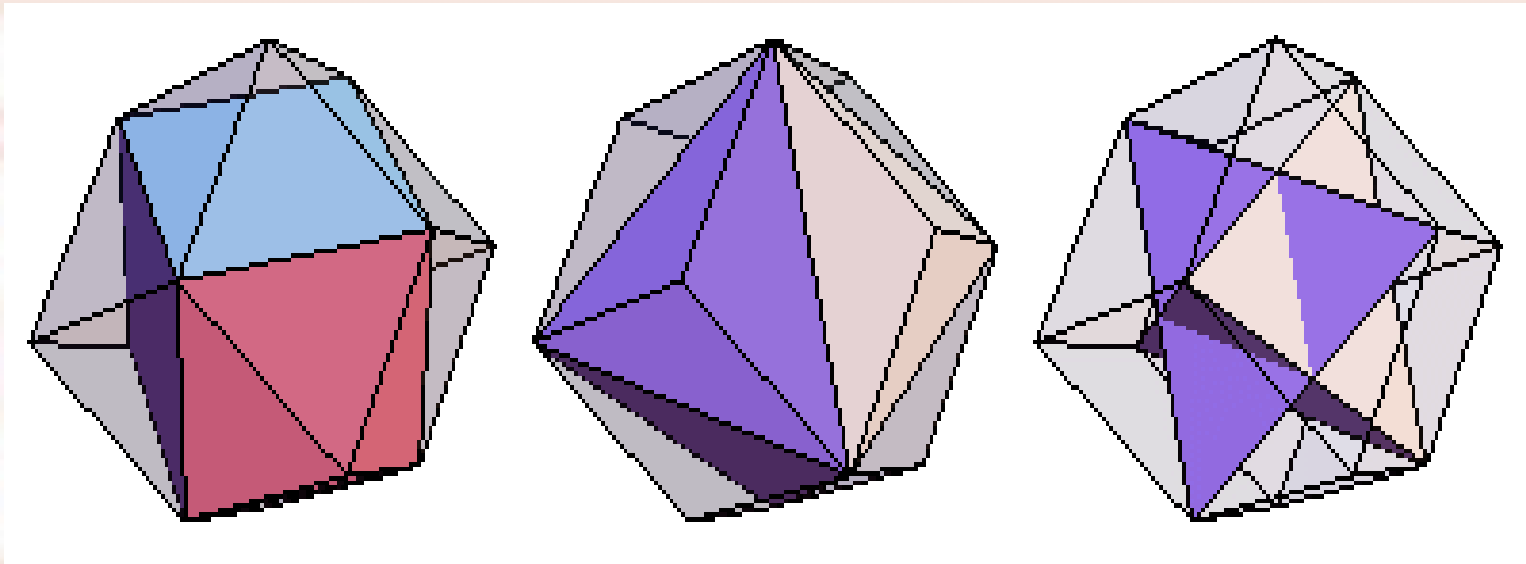


1 octaedro + 8 pirámides = dodecaedro
rómbico



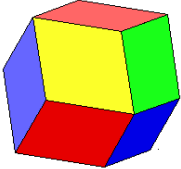
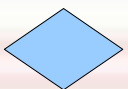
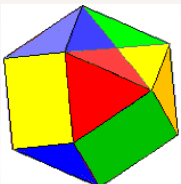


Actividad 5

¿Que poliedros puedes inscribir en los vértices el dodecaedro rómbico?



El cubo, el octaedro , y la estrella octángula

Tabla resumen del dodecaedro rómbico y su dual

	Polígonos	Caras	Vertices	Aristas	Área	Volumen
<p>Dodecaedro rómbico</p> 	<p>rombos</p> 	12	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> 8 de orden 3 6 de orden 4 </div> En serie 3,4,3,4 14	24	$8\sqrt{2} a^2$	$(16/9)\sqrt{3} a^3$
<p>Cuboctaedro</p>  <p>(dual del dodecaedro)</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>8 </p> <p>6 </p> </div>	14	24	12	$(6+2\sqrt{3}) a^2$	$5/3\sqrt{2} a^3$

Feliz



Año primo 2011