

PROBLEMAS SOBRE INTERVALOS DE CONFIANZA.

PROFESOR: ANTONIO PIZARRO.

<http://ficus.pntic.mec.es/apis0004>

ANDALUCÍA:

1º) (Andalucía, Junio, 98) Se ha tomado una muestra de los precios de un mismo producto alimenticio en 16 comercios, elegidos al azar en un barrio de una ciudad, y se han encontrado los siguientes precios:

95, 108, 97, 112, 99, 106, 105, 100, 99, 98, 104, 110, 107, 111, 103, 110

Suponiendo que los precios de este producto se distribuyen según una normal de varianza 25 y media desconocida:

- ¿Cuál es la distribución de la media muestral?
- Determine el intervalo de confianza, al 95%, para la media poblacional.

Solución:

- La distribución de la media muestral se distribuye según una normal $N(104, 1,25)$.
- El intervalo es $(101,55, 106,45)$

2º) (Andalucía, Junio, 99) Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 individuos a los que se ha medido el nivel de glucosa en sangre, obteniéndose una media muestral de 110 mg/cc. Se sabe que la desviación típica de la población es de 20 mg/cc.

- Obtén un intervalo de confianza, al 90%, para el nivel de glucosa en sangre en la población.
- ¿Qué error máximo se comete con la estimación anterior?

Solución:

- $(106,71, 113,29)$
- $E = 3,29$.

3º) (Andalucía, Junio, 00) La altura de los jóvenes andaluces se distribuye según ley normal de media desconocida y varianza 25 cm². Se ha una muestra aleatoria, y con una confianza del 95%, se ha construido un intervalo para la media poblacional cuya amplitud es 2,45 cm.

- ¿Cuál ha sido el tamaño de la muestra seleccionada?
- Determina el límite superior y el inferior del intervalo de confianza si la muestra tomada dio una altura media de 170 cm.

Solución:

- $n=64$
- Límite superior = 171,225, límite inferior = 168,775.

4º) (Andalucía, Junio, 01) Un estudio realizado sobre 100 usuarios revela que un automóvil recorre anualmente un promedio de 15200 km con una desviación típica de 2250 km.

- Determine un intervalo de confianza, al 99%, para la cantidad promedio de kilómetros recorridos.
- ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que el error cometido no sea superior a 500 km, con igual confianza?

Solución:

- $(14621, 15779)$
- $n > 134$.

5º) (Andalucía, Junio, 02) Se sabe que la estatura de los individuos de una población es una variable aleatoria que sigue una distribución normal con desviación típica 6 cm. Se toma una muestra aleatoria de 225 individuos y da una media de 176 cm.

- Obtenga un intervalo de confianza, con un 99% de confianza, para la media de la estatura de la población.
- Calcule el mínimo tamaño de muestra que se ha de tomar para estimar la estatura media de los individuos de la población con un error inferior a 1 cm y un nivel de confianza del 95%.

Solución:

- $(174,97, 177, 03)$
- $n > 138,3$. Luego tamaño mínimo de la muestra debe ser $n = 139$.

<http://ficus.pntic.mec.es/apis0004>

PROBLEMAS SOBRE INTERVALOS DE CONFIANZA.

PROFESOR: ANTONIO PIZARRO.

<http://ficus.pntic.mec.es/apis0004>

6º) (Andalucía, Junio, 03) La longitud de la ballena azul se distribuye según una ley Normal con desviación típica 7,5 m. En un estudio estadístico realizado a 25 ejemplares se ha obtenido el intervalo de confianza (21,06, 26,94) para la longitud media.

- Calcule la longitud media de los 25 ejemplares de la muestra.
- Calcule el nivel de confianza con el que se ha construido dicho intervalo.

Solución:

a) $\bar{x} = 24m$

b) $Z_{\alpha/2} = 1,96$ □ el nivel de confianza es del 95%.

7º) (Andalucía, Junio, 04) Un fabricante de pilas alcalinas sabe que el tiempo de duración, en horas, de las pilas que fabrica sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 3600. Con una muestra de su producción, elegida al azar, y un nivel de confianza del 95 % ha obtenido para la media el intervalo de confianza (372,6, 392,2).

- Calcule el valor que obtuvo para la media de la muestra y el tamaño muestral utilizado.
- ¿Cuál sería el error de su estimación, si hubiese utilizado una muestra de tamaño 225 y un nivel de confianza del 86,9 %?

Solución:

a) $\bar{x} = 382,4m$, $n=144$.

b) $E=6,04$.

ARAGÓN:

8º) (Aragón, Sept., 03) Se sabe que la desviación típica del peso de las sandías de una plantación es de 750 gr. Calcular el número mínimo de sandías que se han de elegir para, con un nivel de confianza del 95%, estimar el peso medio de cada una con un error menor que 300 gr. Explicar los pasos realizados para obtener el resultado.

Solución: $n > 24,05$. El número de sandías mínimo debe ser 25.

MADRID:

9º) (Madrid, Junio, 98) Un fabricante de electrodomésticos sabe que la vida media de éstos sigue una distribución normal con media $\mu = 100$ meses y desviación típica $\sigma = 12$ meses.

Determinése el mínimo tamaño muestral que garantiza, con una probabilidad del 0,98, que la vida media de los electrodomésticos en dicha muestra se encuentra entre 90 y 110 meses.

Solución: $n = 7,81$. La muestra debe contener un mínimo de 8 elementos.

10º) (Madrid, Junio, 99) Se desea estudiar el gasto semanal en fotocopias, en pesetas, de los estudiantes de bachillerato de Madrid. Para ello, se ha elegido una muestra aleatoria de 9 de estos estudiantes, resultando los valores siguientes para estos gastos

100 150 90 70 75 105 200 120 80

Se supone que la variable aleatoria objeto de estudio sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica igual a 12. Determinése un intervalo de confianza al 95% para la media del gasto semanal en fotocopias por estudiante.

Solución: (102,16, 117,84), que redondeando queda (102, 118).

11º) (Madrid, Sept., 99) Una variable aleatoria tiene una distribución normal de media μ y desviación típica σ . Si se extraen muestras aleatorias simples de tamaño n :

- ¿Qué distribución tiene la variable aleatoria media muestral \bar{X} ?
- Si se toman muestras de tamaño $n = 4$ de una variable aleatoria X con distribución $N(165, 12)$, calcúlese $P(\bar{X} > 173,7)$.

Solución:

a) La variable aleatoria media muestral \bar{X} , obtenida de una $N(\mu, \sigma)$, se distribuye

PROBLEMAS SOBRE INTERVALOS DE CONFIANZA.

PROFESOR: ANTONIO PIZARRO.

<http://ficus.pntic.mec.es/apis0004>

como una normal $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

b) $P(\bar{X} > 173,7) = 0,0735$.

12º) (Madrid, Junio, 00) Una variable aleatoria X tiene distribución normal siendo su desviación típica igual a 3.

(a) Si se consideran muestras de tamaño 16, ¿qué distribución sigue la variable aleatoria media muestral?

(b) Si se desea que la media de la muestra no difiera en más de 1 unidad de la media de la población, con probabilidad de 0,99, ¿cuántos elementos, como mínimo, se deberían tomar en la muestra?

Solución:

a) La media muestral sigue una distribución $N(\mu, 3/4)$.

b) $n = 60$.

13º) (Madrid, Junio, 01) Se supone que el peso de las sandías de cierta variedad sigue una distribución normal con desviación típica de 1 kg. Se toma una muestra aleatoria de 100 sandías y se observa que el peso medio es de 6 kg..

(a) Calcúlese un intervalo de confianza al 95% para el peso medio de esa variedad de sandía.

(b) ¿Puede aceptarse la hipótesis de que el verdadero peso medio de las sandías es de 5 kg, frente a que sea diferente, con un nivel de confianza de 0,05?

Solución:

a) (5,804, 6,196)

b) Como $5 \notin (5,804, 6,196)$ se rechaza la hipótesis de que el peso medio de las sandías sea de 5 kg.

14º) (Madrid, Sept., 01) El peso de los perros adultos de una cierta raza es una variable aleatoria que se distribuye normalmente con desviación típica 0,6 kg. Una muestra aleatoria de 30 animales ha dado un peso medio de 7,4 kg.

(a) Calcúlese un intervalo de confianza al 99% para el peso medio de los perros adultos de esta raza.

(b) ¿Qué tamaño mínimo debe tener la muestra para tener una confianza del 95 % de que la media muestral no se diferencie en más de 0,3 kg de la media de la población?

Solución:

a) (7,118, 7,682)

b) $n \geq 16$. El tamaño mínimo debe ser 16.

15º) (Madrid, Junio, 03) Se estima que el tiempo de reacción de un conductor ante un obstáculo imprevisto tiene una distribución normal con desviación típica 0,05 segundos. Si se quiere conseguir que el error de estimación de la media no supere los 0,01 segundos con un nivel de confianza del 99 %, ¿qué tamaño mínimo ha de tener la muestra de tiempos de reacción?

Solución: El tamaño muestral mínimo debe ser 166.

16º) (Madrid, Sept., 03) El tiempo de conexión a Internet de los alumnos de cierta universidad, sigue una distribución normal con desviación típica 15 minutos. Para estimar la media del tiempo de conexión, se quiere calcular un intervalo de confianza que tenga una amplitud menor o igual que 6 minutos, con un nivel de confianza del 95 %. Determinar cuál es el tamaño mínimo de la muestra que es necesario observar.

Solución: El tamaño muestral mínimo debe ser 97.

PROBLEMAS SOBRE INTERVALOS DE CONFIANZA.

PROFESOR: ANTONIO PIZARRO.

<http://ficus.pntic.mec.es/apis0004>

17º) (Madrid, Junio, 04) En un servicio de atención al cliente, el tiempo de espera hasta recibir atención es una variable normal de media 10 minutos y desviación típica 2 minutos. Se toman muestras aleatorias del tiempo de espera de los clientes que llegan un día concreto. Se pide:

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de espera de una muestra de 25 clientes no supere los 9 minutos?

(b) ¿Cuál es la distribución de la media muestral, si se toman muestras aleatorias de 64 clientes? Especificar sus parámetros.

Solución:

a) 0,0062

b) La distribución de medias muestrales de tamaño 64 se distribuye según la normal $N(10, 0,25)$ de media 10 y desviación típica 0,25.

18º) (Madrid, Sept., 04) Una muestra aleatoria de 9 tarrinas de helado proporciona los siguientes pesos en gramos

88 90 90 86 87 88 91 92 89

Hallar un intervalo de confianza al 95 % para la media de la población, sabiendo que el peso de las tarrinas tiene una distribución normal con una desviación típica de 1,8 gramos.

Solución: (87,824, 90,176)

OTROS EXÁMENES:

19º) (Extremadura, Junio, 04) En una población escolar se ha comprobado que la estatura sigue un modelo normal de probabilidad. A partir de una muestra de 81 escolares de dicha población se ha calculado una estatura media de 159 cm y una cuasivarianza de 169 cm². Teniendo en cuenta esta información:

a) Determinar el error máximo que cometeríamos, con una confianza de 99 %, si estimamos en 159 cm la estatura media de la población escolar.

b) ¿Podríamos rechazar, con un nivel de significación del 5 %, la hipótesis de que la estatura media en esa población es de 160 cm? Justificar las respuestas.

Solución:

a) 3,697.

b) No.

20º) (Castilla- la Mancha, Junio, 00) Queremos obtener la media de una variable aleatoria que se distribuye normalmente con una desviación típica de 3,2. Para ello, se toma una muestra de 64 individuos obteniéndose una media de 32,5. ¿Con qué nivel de confianza se puede afirmar que la media de la población está entre 31,5 y 33,5?

Si la desviación típica de la población fuera 3. ¿Cuál es el tamaño mínimo que debería tener la muestra con la cual estimamos la media poblacional si queremos que el nivel de confianza sea del 99% y el error admisible no supere el valor de 0,75?

Solución:

a) La confianza es del 98,76%.

b) $n = 107$.